الثانوية سعادة ALSAADE SCHOOL — **سلم تصحيح** الاختبار الاستقصائي — **لمادة** الرياضيات **الفئة** الأولى — **تاريخ** ١١/١/٢٠١٥

السؤال الأول :

3	• الدالة f المعرفة وفق : $f(x)=\ln(1+x)$
3	اشتقاقية على المجال $]-1,+\infty[$ و
3	$f'(x)=\dfrac{1}{x+1}$
3	فهذه الدالة اشتقاقية عند (0) و $f'(0)=1$
	بحسب تعريف العدد المشتق لدالة عددية
3	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)$
3	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)-0}{x-0}=1$
2	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}=1$
	• الدالة : $h(x)=\dfrac{\ln\sqrt{x}}{x-1}$
	معرفة على $D_h=]0,1[\cup]1,+\infty[$
2	• الدالة معرفة في جوار محذوف للعدد (1)
2	• حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{0}{0}$
2	$h(x)=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\ln x}{x-1}$
2	$h(x)=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\ln(x-1+1)}{x-1}$
2	$\lim\limits_{x\to 1}h(x)=\dfrac{1}{2}\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln(x-1+1)}{x-1}=\dfrac{1}{2}\times 1=\dfrac{1}{2}$
	« ليس من الضروري استخدام الرمز $h(x)$ »
30	ثلاثون درجة

السؤال الثاني :

	$9x^2+25y^2=36x+50y+164$
	$9(x^2-4x)+25(y^2-2y)=164$
	$9(x-2)^2+25(y-1)^2=225$
2	$\dfrac{(x-2)^2}{25}+\dfrac{(y-1)^2}{9}=1$ معادلة قطع ناقص
2	• مركزه $M_0(x_0,y_0)=(2,1)$
	$a=5\ ,\ b=3$
2	$c^2=a^2-b^2$
2	$c^2=25-9=16$
2	$c=4$
2	محوره المحرقي // $x'x$ معادلته $y=1$
2	المحرقان $F(x_0+c,y_0)\Leftarrow F(6,1)$
2	$F'(x_0-c,y_0)\Leftarrow F'(-2,1)$
2	رسم القطع الناقص
	• نعوض $M(6,-\frac{4}{5})$ في معادلة القطع
	$\dfrac{(6-2)^2}{25}+\dfrac{(-\frac{4}{5}-1)^2}{9}=1$
	$\dfrac{16}{25}+\dfrac{9}{25}=1$
	$\dfrac{25}{25}=1$ محققة
2	إذاً $M(6,-\frac{4}{5})$ نقطة من القطع الناقص ... ①
	• نعوض $M(6,-\frac{4}{5})$ في معادلة المستقيم
	$4\times 6-5\times(-\frac{4}{5})-28=0$
	$24+4-28=0$
	$28-28=0$ محققة
2	إذاً $M(6,-\frac{4}{5})$ نقطة من المستقيم (d) ... ②
	• نفرض m ميل المماس للقطع في M
	$m=-\dfrac{b^2}{a^2}\times\dfrac{x_M-x_0}{y_M-y_0}$
2	$m=-\dfrac{9}{25}\times\dfrac{6-2}{-\frac{4}{5}-1}=\dfrac{4}{5}$
2	نفرض m_d = ميل المستقيم (d) $\Leftarrow m_d=\frac{4}{5}$
2	$m_d=m=\frac{4}{5}$ ③
2	من ① و ② و ③ $\Leftarrow$ المستقيم (d) مماس للقطع الناقص في النقطة M .
30	ثلاثون درجة

الثانوية السعادة ALSAADE school سلم تصحيح	لمادة	الفئة	تاريخ

التمرين الأول :

$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$ — 3

$\sigma_x = \sqrt{10 - 9}$ — 3

$\sigma_x = 1$ — 3

$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2}$ — 3

$\sigma_y = \sqrt{40 - 36}$ — 3

$\sigma_y = 2$ — 3

$\sigma_{xy} = \overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}$ — 3

$\sigma_{xy} = 17 - 18$ — 3

$\sigma_{xy} = -1$ — 3

$r_{xy} = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$ — 3

$r_{xy} = \dfrac{-1}{1\cdot 2} = -\dfrac{1}{2}$ — 3 3 3

الارتباط سلبي متوسط — 3

Δ :

خط الانحدار هو مستقيم يمر بالنقطة

$M(\bar{x}, \bar{y}) = (3,6)$ — 3

وميله $a^* = \dfrac{\sigma_y}{\sigma_x} r_{xy}$ — 3

$a^* = \dfrac{2}{1}\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -1$ — 3+3

معادلة خط الانحدار

$y - 6 = -1(x - 3)$ — 3

$\Delta : \quad y = -x + 9$ — 3

60 ستون درجة

التمرين الثاني :

• بمقارنة المعادلة $x^2 = 4y$

بالصيغة القياسية $x^2 = 4py$

نستنتج أن $p = 1$

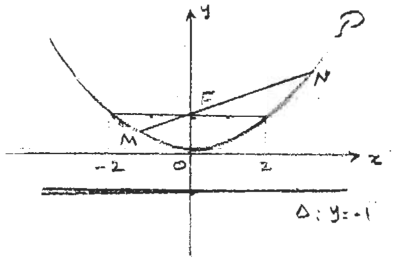
محور القطع هو محور التراتيب oy

الذروة المبدأ $O(0,0)$ — 2

المحرق $F(0,1)$ — 2

معادلة الدليل Δ هي : $y = -1$ — 2

مفتوح نحو جهة التراتيب الموجبة



2

• نشتق طرفي معادلة القطع P بالنسبة لـ x

$y'(x) = \frac{1}{2}x$ — 2

بفرض $M(x_1, y_1)$ ميل المماس للقطع في M هو m_1

بفرض $N(x_2, y_2)$ ميل المماس للقطع في N هو m_2

$m_1 = y'(x_1) = \frac{1}{2}x_1$ — 2

$m_2 = y'(x_2) = \frac{1}{2}x_2$ — 2

$m_1 \cdot m_2 = \frac{1}{4} x_1 \cdot x_2$ ① — 2

ميل $FN = \dfrac{y_2 - 1}{x_2 - 0}$ — 2

ميل $FM = \dfrac{y_1 - 1}{x_1 - 0}$ — 2

النقط M, F, N تنتمي لمستقيم واحد

$\Leftarrow$ ميل FN = ميل FM — 2

$\Leftarrow \dfrac{y_2 - 1}{x_2 - 0} = \dfrac{y_1 - 1}{x_1 - 0}$ — 2

$\Leftarrow \dfrac{4y_2 - 4}{x_2} = \dfrac{4y_1 - 4}{x_1}$ — 2

$\Leftarrow \dfrac{x_2^2 - 4}{x_2} = \dfrac{x_1^2 - 4}{x_1}$

$x_1 x_2^2 - 4x_1 = x_2 x_1^2 - 4x_2$

$x_1 x_2 (x_2 - x_1) = -4(x_2 - x_1)$ لكن $x_1 \neq x_2$

$\Leftarrow x_1 x_2 = -4$ — 2

نعوض في ① :

$m_1 \cdot m_2 = \frac{1}{4} \times (-4) = -1$ — 2

المماسان في M ، N متعامدان

30 ثلاثون درجة

التمرين الثالث :

1 ① الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}=]-\infty,+\infty[$

$(C): f(x) = x-1+e^{1-x}$

$(\Delta): y = x-1$

2 $f(x)-y_\Delta = e^{1-x}$

2 $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y_\Delta] = \lim_{x\to+\infty} e^{1-x} = 0$

2 المستقيم (Δ) مقارب للخط (C) عند $(+\infty)$

2 بما أنه أياً كانت $x\in\mathbb{R}$: $f(x)-y_\Delta = e^{1-x} > 0$

2 فالخط (C) يقع بأكمله فوق المقارب Δ

② في جوار $(+\infty)$

2 $\begin{cases}\lim_{x\to+\infty}(x-1)=+\infty \\ \lim_{x\to+\infty} e^{1-x}=0\end{cases} \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

في جوار $(-\infty)$

2 حالة عدم تعيين من الشكل $-\infty+\infty$

2 $f(x) = e^{-x}(xe^{x}-e^{x}+e)$

2 $\begin{cases}\lim_{x\to-\infty} xe^{x}=0 \\ \lim_{x\to-\infty} e^{x}=0 \\ \lim_{x\to-\infty} e^{-x}=+\infty\end{cases} \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

2 الدالة f اشتقاقية على $\mathbb{R}=]-\infty,+\infty[$

2 $f'(x) = 1-e^{1-x}$

2 ومنه $f'(x)=0$

2 ومنه $1-e^{1-x}=0$

2 ومنه $e^{1-x}=1$

ومنه $1-x=0$

2 2 $x=1$ ويكون $f(1)=1$

3 3 3

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

النتيجة : نعلم أن $e^{1-x} > 1-x$

2 نعلم أن $x-1+e^{1-x} > 0$

2 $f(x) > 0$

2 وهذه النتيجة محققة أياً كانت $x\in\mathbb{R}$

لأنه من جدول التغيرات

2 أياً كانت $x\in\mathbb{R}$ $f(x) \geq 1 > 0$

50 خمسون درجة

السؤال الأول :

55 ① $P: x-y+2z+d=0$

55 $M(1,1,1)\in P \Rightarrow 1-1+2+d=0 \Rightarrow d=-2$

5 معادلة P : $x-y+2z-2=0$

$H(3,-1,-1)$ نعوض في معادلة P

5 $3-(-1)+2(-1)-2=0$

$4-2-2=0$

5 $4-4=0$ صحيحة

5 $\Leftarrow H(3,-1,-1)\in P$

لدينا $A(4,-2,1)$

5 $\overrightarrow{AH}(-1,1,-2)$

5 نلاحظ أن $\overrightarrow{AH} = -\vec{n}$

5 إذاً $\overrightarrow{AH}$ ، $\vec{n}$ مرتبطان خطياً

55 وبما أنه $\vec{n}\perp P \Leftarrow \overrightarrow{AH}\perp P$

55 $d[A,(P)] = |\overrightarrow{AH}| = \sqrt{(-1)^2+(1)^2+(-2)^2} = \sqrt{6}$

طريقة ثانية

$d[A,(P)] = \frac{|4-(-2)+2(1)-2|}{\sqrt{1+1+4}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$

75 خمس وسبعون درجة

سلم تصحيح | المادة | الفئة | تاريخ

الثانوية سعادة ALSAADE school

السؤال الثاني :

4 سوداء + 8 بيضاء

$8(W) + 4(B)$

5 5 5 مجموعة قيم المتغير العشوائي : $X(\Omega) = \{2\alpha, -20, \alpha - 10\}$

10 $f(2\alpha) = P(W,W) = \frac{8}{12} \cdot \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

10 $f(-20) = P(B,B) = \frac{4}{12} \cdot \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

10 $f(\alpha - 10) = 2 \cdot P(W,B) = 2 \cdot \frac{8}{12} \cdot \frac{4}{12} = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$

r_i	2α	-20	$\alpha - 10$
$f(r_i)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$

10 التوقع الرياضي $E(X) = \sum_{1}^{3} r_i \cdot f(r_i)$

10 $E(X) = 2\alpha \cdot \left(\frac{4}{9}\right) + (-20) \cdot \frac{1}{9} + (\alpha - 10) \frac{4}{9}$

5 $E(X) = \frac{1}{9}(12\alpha - 60)$

5 $E(X) = 0$

5 ومنه $\frac{1}{9}(12\alpha - 60) = 0$

ومنه $12\alpha - 60 = 0$

5 $\alpha = 5$

85 خمس وثمانون درجة

السؤال الثالث :

5 • الدالة $x \longrightarrow \frac{\sin^3 Ax}{x^3}$ مستمرة على $]-\infty, 0[$

5 • الدالة $x \longrightarrow \sqrt{x} + B$ مستمرة على $]0, +\infty[$

• فالدالة f مستمرة على كل من المجالين

$]-\infty, 0[$, $]0, +\infty[$

5 • وعليه فالشرط اللازم والكافي لتكون الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$ هو أن تكون مستمرة عند (0)

5 والشرط اللازم والكافي لتحقق ذلك هو

5 $\lim_{x \overset{<}{\to} 0} f(x) = \lim_{x \overset{>}{\to} 0} f(x) = f(0)$

5 5 $\lim_{x \overset{<}{\to} 0} \frac{\sin^3 Ax}{x^3} = \lim_{x \overset{<}{\to} 0} A^3 \cdot \left(\frac{\sin Ax}{Ax}\right)^3 = A^3 \times 1 = A^3$

5 $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} f(x) = \lim_{x \overset{>}{\to} 0} (\sqrt{x} + B) = 0 + B = B$

5 $f(0) = 8$

5 نعوض نجد : $A^3 = B = 8$

5 ومنه $\begin{pmatrix} A = 2 \\ B = 8 \end{pmatrix}$

5

60 ستون درجة

السؤال الرابع :

2 2 أولاً ① نفرض $OA = x$ ، $OB = y$

فيكون $x = x(t)$ ، $y = y(t)$

4 $x^2 + y^2 = 100$

$y^2 = 100 - x^2$; $x \in]0, 10[$

$y = \sqrt{100 - x^2}$; $y \in]0, 10[$

4 حسب قاعدة السلسلة في الاشتقاق بالنسبة لـ t

4 $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$

4 $\frac{dy}{dt} = -\frac{x}{\sqrt{100 - x^2}} \cdot \frac{dx}{dt}$

في اللحظة التي يكون فيها $x = 6$ يكون $\frac{dx}{dt} = 2$

نعوض فنجد

4 $\frac{dy}{dt} = -\frac{6}{\sqrt{100 - 36}} \cdot 2$

4 $\frac{dy}{dt} = -\frac{3}{2} \; cm \cdot s^{-1}$

معدل اقتراب B من (O)

② نفرض S مساحة المثلث القائم OAB

S_1 مساحة المثلث OMA

$S = S(t)$ ، $S_1 = S_1(t)$

4 $S_1 = \frac{1}{2} S = \frac{1}{4} xy$

بالاشتقاق بالنسبة لـ t

4 $\frac{dS_1}{dt} = \frac{1}{4}\left(y \frac{dx}{dt} + x \frac{dy}{dt}\right)$

في اللحظة التي يكون فيها $x = 6$

يكون $\frac{dx}{dt} = 2$ ، $\frac{dy}{dt} = -\frac{3}{2}$ ، $y = 8$

4 نعوض $\frac{dS_1}{dt} = \frac{1}{4}\left(8 \cdot (2) + 6 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)\right)$

4 $\frac{dS_1}{dt} = \frac{7}{4} \; cm^2 \cdot s^{-1}$

معدل تغير مساحة المثلث OAM

الثانوية السعادة ALSAADE SCHOOL — سلم تصحيح — المادة — الفئة — تاريخ

ثانياً

حسب قاعدة السلسلة في الاشتقاق

$f'(x) = h'(g(x)) \cdot g'(x)$ 4

$f'(4) = h'(g(4)) \cdot g'(4)$ 4

$= h'(7) \cdot 5$ 4 4

$= 3 \cdot 5$ 4

$= 15$ 1

65 خمس وستون درجة

رابعاً: حل المسألة:

① مجموعة تعريف الدالة h: $D_h =]-1, +\infty[$ 4

$\lim_{x \to -1^+} h(x) = \lim_{x \to -1^+} \frac{f(x)+1}{x+1}$

$= \lim_{x \to -1^+} \frac{x - 2\sqrt{x+1} + 1}{x+1}$ 4

$= \lim_{x \to -1^+} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x+1}}\right) = -\infty$ 4 4

دالة نسبة التغير للدالة f عند (-1)

$g(x) = \frac{f(x) - f(-1)}{x-(-1)}$; $x \in]-1, +\infty[$ 4

$g(x) = \frac{f(x)+1}{x+1} = h(x)$ 4

إذاً $\lim_{x \to -1^+} g(x) = \lim_{x \to -1^+} h(x) = -\infty$ 4

الدالة f غير اشتقاقية من اليمين عند (-1) 4

فالدالة f غير اشتقاقية عند (-1) 4

② الدالة f معرفة في جوار $(+\infty)$ 4

وفي جوار $(+\infty)$ حالة عدم تعيين من الشكل $\infty - \infty$ 4

$(\sqrt{x+1} - 2)^2 \geq 0$

$x + 1 - 4\sqrt{x+1} + 4 \geq 0$ 4

$x - 2\sqrt{x+1} \geq 2\sqrt{x+1} - 5$

عندئذ $f(x) \geq 2\sqrt{x+1} - 5$ 4

بما أن $\lim_{x \to +\infty} (2\sqrt{x+1} - 5) = +\infty$ 4

وحسب مبرهنة الإحاطة $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ 4

③ الدالة f مستمرة على المجال $[-1, +\infty[$ 4

واشتقاقية على المجال $]-1, +\infty[$ 4

4

$f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ 4

$f'(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sqrt{x+1}}$

نضع $f'(x) = 0$ 4

ويكون $x = 0$ ، $f(0) = -2$ 4 4

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	↘	-2	↗	$+\infty$

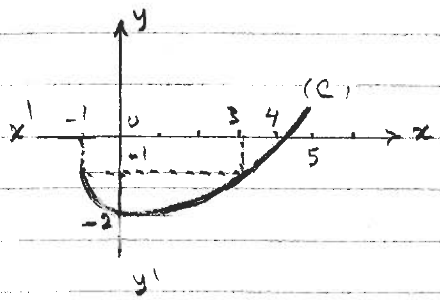
5 5 5

$f(-1) = 1$ قيمة كبرى محلياً 4

$f(0) = -2$ قيمة صغرى محلياً 4

④ ليست من الحل
$f(3) = -1$
$f(4) = 4 - 2\sqrt{5}$
$f(5) = 5 - 2\sqrt{6}$

ورسم الخط (C):



4

115 مائة وخمس عشرة درجة